TS1 – Correction des exercices résolus page 286 (Dénombrements)

Exercice 1 **Enoncé 1 ($* * *$ points)**

1) La correction du livre est correcte. Bien prendre garde au fait que la disposition dans les cabines ne nous interesse pas ici...
2) Deux possibilités :
✓ soit le groupe se scinde en 3 garçons / 3 filles
✓ soit le groupe se scinde en 4 (dont trois filles) / 2 (deux garçons) : il y a $\binom{3}{1}$ répartitions de la sorte (on choisit un garçon pour accompagner les trois filles) [1].

Donc, on dénombre au total $1 + 3 = 4$ possibilités (et non trois comme l'indiquait votre livre).

Exercice 2 **Enoncé 2 ($* * *$ points)**

1) La correction du livre est correcte.
2) Il y a des erreurs dans le corrigé du livre.

X représente le gain algébrique à l'issue de la partie. Le joueur ne mise rien. Il peut gagner 10 euros ou gagner 3 ou perdre 1 euro. Ainsi, les valeurs que peut prendre X sont : 10, 3 ou -1 (gain négatif). On note alors

$$X(\Omega) = \{10; 3; -1\}.$$

Déterminons la loi de probabilité de X :

$$p(X = 10) = p(\text{“les trois boules sont vertes”}) = \frac{\binom{3}{3}}{\binom{8}{3}} = \frac{1}{56}.$$

$$p(X = 3) = p(\text{“les trois boules sont rouges”}) = \frac{\binom{5}{3}}{\binom{8}{3}} = \frac{5}{28}.$$

$$p(X = -1) = p(\text{“les trois boules sont de couleurs différentes”}) = p(B) = \frac{45}{56}.$$

D'où le tableau de la loi de probabilité de X :

gain x_i	-1	3	10	Total
probabilité $p(X = x_i)$	$\frac{45}{56}$	$\frac{5}{28}$	$\frac{1}{56}$	1

D'où l'espérance mathématique de X :

$$E(X) = \sum p_i x_i = -1 \times \frac{45}{56} + 3 \times \frac{5}{28} + 10 \times \frac{1}{56} = -\frac{5}{56}$$

Interpréation : si le joueur joue un très grand nombre de fois et fait la moyenne de tous ses gains, alors son gain moyen avoisinera $-\frac{5}{56}$. Cette espérance étant négative, le jeu est défavorable au joueur.

1. on aurait pu aussi raisonner ainsi : il faut choisir les deux garçons qui prendront une cabine à eux seuls : $\binom{3}{2}$ façons : cela donne bien heureusement le même résultat